

## ФИЗИКА / PHYSICS

УДК 621.9.048.4: 001.891.57

DOI: 10.15507/2658-4123.029.201902.218-233



### Моделирование температурного поля поверхности при электроискровом легировании металлов

В. Д. Власенко<sup>1</sup>, В. И. Иванов<sup>2</sup>, В. Ф. Аулов<sup>2</sup>,  
Л. А. Коневцов<sup>3</sup>, Е. Г. Мартынова<sup>4\*</sup>, И. Х. Хасан<sup>4</sup>

<sup>1</sup>ФГБУН «Вычислительный центр Дальневосточного отделения Российской академии наук» (г. Хабаровск, Россия)

<sup>2</sup>ФГБНУ «Федеральный научный агроинженерный центр ВИМ» (г. Москва, Россия)

<sup>3</sup>ФГБУН «Институт материаловедения Хабаровского научного центра Дальневосточного отделения Российской академии наук» (г. Хабаровск, Россия)

<sup>4</sup>ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва» (г. Саранск, Россия)

\*[El.mart2012@yandex.ru](mailto:El.mart2012@yandex.ru)

*Введение.* В настоящее время особую актуальность приобретает проблема повышения эксплуатационных свойств деталей машин, инструментов и технологической оснастки посредством улучшения физико-химико-механических характеристик их исполнительных рабочих поверхностей. Одним из современных методов получения покрытий на поверхностях деталей является метод электроискрового легирования, при котором важную роль играет выбор теплофизических свойств материалов для получения покрытий с заданными физико-механическими и триботехническими свойствами. С целью выбора материала электрода в статье изложены результаты разработки метода расчета нестационарного температурного поля обрабатываемого материала (катода) в виде прямоугольного параллелепипеда, на одной грани которого в процессе электроискрового легирования формируется легированный слой.

*Материалы и методы.* Для формирования легированного слоя при каплевидном электромассопереносе в качестве обрабатываемого материала (катода) использовалось железо в форме параллелепипеда, а в качестве обрабатываемого материала (анода) – вольфрам. Предложена нелинейная начально-краевая задача и вычислительная схема для определения значений температуры во всех точках температурного поля катода в форме параллелепипеда с расположением нескольких теплоизлучающих капель на его грани.

*Результаты исследования.* В статье изложен алгоритм решения задачи в соответствии со второй формулой Грина для нахождения температурного поля в катоде, имеющем форму параллелепипеда; при этом описанная нелинейная модель потока из капель в параллелепипед заменяется линейной моделью. Построен алгоритм, проведены расчеты для определения значений температуры во всех точках и температурного потока в катоде в случае одной среднестатистической капли на его грани. По данному алгоритму создан пакет программ, проведены экспериментальные расчеты. Показана динамика значений температуры (во всех точках) и теплового потока исследуемых точек катода.

© Власенко В. Д., Иванов В. И., Аулов В. Ф., Коневцов Л. А., Мартынова Е. Г., Хасан И. Х., 2019



Контент доступен по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 License.  
This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 License.

*Обсуждение и заключение.* Результаты проведенных исследований свидетельствуют о том, что для достижения более высоких свойств покрытий и большей эффективности электроискрового легирования необходим расчет температурного поля и теплового потока исследуемых точек катода. Представленная математическая модель получена для нанесения одной капли, помещенной на границу теплопроводящего полупространства. При выборе анодного материала в зависимости от эрозионной стойкости для получения необходимой толщины поверхностных слоев с заданными функциональными свойствами используется разработанный метод расчета, который позволяет описать процесс остывания одной нанесенной капли и использовать затем полученную информацию для усредненного описания эффекта нагрева тела параллелепипеда рядом таких капель.

**Ключевые слова:** электроискровое легирование, анод, катод, температурное поле, легирование металлов, моделирование температурного поля

**Для цитирования:** Моделирование температурного поля поверхности при электроискровом легировании металлов / В. Д. Власенко [и др.] // Инженерные технологии и системы. 2019. Т. 29, № 2. С. 218–233. DOI: <https://doi.org/10.15507/2658-4123.029.201902.218-233>

**Финансирование:** Исследование проведено при финансовой поддержке РФФИ и Правительства РМ в рамках научного проекта № 18-43-130003\18 «Исследование интенсивности изнашивания рабочих поверхностей деталей пар трения, формируемых электроискровыми покрытиями».

## Modelling the Temperature Field of a Surface in Using Electrosark Alloying of Metals

V. D. Vlasenko<sup>1</sup>, V. I. Ivanov<sup>2</sup>, V. F. Aulov<sup>2</sup>, L. A. Konevtsov<sup>3</sup>,  
E. G. Martynova<sup>4\*</sup>, I. H. Hasan<sup>4</sup>

<sup>1</sup>*Computing Center of Far Eastern Branch RAS  
(Khabarovsk, Russia)*

<sup>2</sup>*Federal Scientific Agroengineering Center VIM  
(Moscow, Russia)*

<sup>3</sup>*Institute of Materials Science of the Khabarovsk Scientific  
Center of Far Eastern Branch RAS (Khabarovsk, Russia)*

<sup>4</sup>*National Research Mordovia State University (Saransk, Russia)*

\**El.mart2012@yandex.ru*

*Introduction.* At present, the problem of increasing performance properties of machine parts, tools and tooling by improving the physical, chemical and mechanical characteristics of their executive working surfaces is relevant. One of the modern methods of obtaining coatings on the surfaces of parts is the method of electrosark alloying. In the case of electrosark alloying, it is important to select the thermophysical properties of materials to obtain coatings with desired physicomechanical and tribological properties. The paper presents the results of the method development for calculating the unsteady temperature field of the processed material (cathode) having the form of a rectangular parallelepiped, on one side of which a doped layer is formed during electrosark alloying.

*Materials and Methods.* To form doped layers in a drop-shaped electro-mass transfer, we used iron in the form of a parallelepiped as a being processed material (cathode) and tungsten was used as a processing material (anode). A nonlinear initial boundary value problem and a computational scheme are suggested for determining the temperature at all points (temperature field) of the cathode made in the form of a parallelepiped with the location of several heat-emitting drops on its face.

*Results.* The paper presents an algorithm for solving the problem by the second Green's formula of finding the temperature field in the cathode made in the form of a parallelepiped, in this case the described nonlinear model of the flow from droplets to the parallelepiped is replaced by a linear model. An algorithm is constructed and calculations are carried out to determine the temperature values at all points and the temperature flow in the cathode in the case of one average drop on its face. According to this algorithm, a software package was created and experimental calculations were carried out. The dynamics of temperature values at all points and the heat flux of the cathode points under study is shown.

*Discussion and Conclusion.* To achieve higher coating properties and a greater efficiency of the electrospark alloying, it is necessary to calculate the temperature field and heat flow of the cathode points under studying. The proposed mathematical model is calculated for the case of one drop placed on the boundary of a heat-conducting half-space. When choosing an anode material depending on the erosion resistance to obtain the required thickness of the surface layers with the specified functional properties, the developed calculation method is used, which allows us to describe the cooling process of one drop and then use this information to average the description of the effect of heating the parallelepiped body by a number of such drops.

**Keywords:** electrospark alloying, anode, cathode, temperature field, alloying of metals, modelling the temperature field

**For citation:** Vlasenko V.D., Ivanov V.I., Aulov V.F., Konevtsov L.A., Martynova E.G., Hasan I.H. Modelling the Temperature Field of a Surface in Using Electrospark Alloying of Metals. *Inzhenernyye tekhnologii i sistemy* = Engineering Technologies and Systems. 2019; 29(2):218-233. DOI: <https://doi.org/10.15507/2658-4123.029.201902.218-233>

**Funding:** The study was conducted with the financial support of the Russian Foundation for Basic Research and the Government of the Republic of Mordovia in the framework of the research project No. 18-43-130003\18 «Study of the wear intensity of the working surfaces of friction pairs formed by electric spark coatings».

## Введение

Проблема улучшения эксплуатационных свойств (износо- и жаростойкости, а также коррозионной стойкости) рабочих поверхностей деталей машин, инструментов и технологической оснастки путем улучшения физико-химико-механических характеристик приобретает все большую актуальность. В настоящее время прогресс в машиностроении во многом связан с применением высокоэффективных методов модификации рабочих поверхностей деталей машин, инструментов и технологической оснастки, основанных на использовании потоков энергии с удельной мощностью в пятне нагрева более  $10^2$  Вт/мм<sup>2</sup>. К их числу относится современный наукоемкий метод электроискрового легирования (ЭИЛ). Его достоинствами являются высокая прочность сцепления легированного слоя из любых токопроводящих материалов (в том числе тугоплавких металлов и сплавов) с обрабатываемым материалом, низкая энергоемкость процесса,

простота выполнения технологической операции и др. Применение метода ЭИЛ для упрочнения рабочих поверхностей деталей, инструмента и оснастки обеспечивает повышение срока их службы в пять и более раз. В условиях современного машиностроительного производства метод ЭИЛ является востребованным, а его изучение с целью более эффективного использования при получении функциональных покрытий становится актуальным.

Обработка токопроводящей поверхности посредством ЭИЛ представляет собой многоэтапный процесс. Каждый его цикл включает краткосрочный контакт электрода-анода и детали-катода; полярный перенос электродного материала на деталь в зоне действия искрового разряда; микрометаллургический процесс на ее поверхности с химическим взаимодействием элементов материалов электрода, детали и межэлектродной среды; быстрые разогрев и охлаждение микрообъема поверх-

ностного слоя детали. Результатом является изменение структуры, химического и фазового составов, а также свойств поверхностного слоя детали и рельефа ее поверхности.

При каждом цикле ЭИЛ на катоде образуется лунка, заполненная материалом, полученным в результате взаимодействия катода, анода и межэлектродной среды [1; 2].

Одним из основных вариантов становится перенос горячей частицы, температура которой близка к температуре плавления, на холодную поверхность, температура которой близка к температуре окружающей среды. В ходе этого вероятно закрепление частицы на поверхности практически без образования зоны взаимной кристаллизации [1].

Для указанного случая в зависимости от эрозионной стойкости материала и получения необходимой толщины поверхностных слоев с заданными функциональными свойствами рассматривается математическая модель определения температурного поля катода.

### Обзор литературы

Многие российские и зарубежные исследования посвящены использованию метода ЭИЛ при создании упрочняющих покрытий на металлах и сплавах. Представлены результаты повышения физических, технологических и эксплуатационных характеристик покрытий, нанесенных методом ЭИЛ на титан и его сплавы [1; 2]; виден положительный эффект применения метода ЭИЛ на твердых сплавах [3; 4]. Кроме того, исследователи начинают проявлять интерес к ЭИЛ легких алюминиевых сплавов. Так, учеными [5] представлены характеристики микроструктуры и кавитационной эрозии покрытия из сплава Al–Si. Однако наиболее широкое распространение метод ЭИЛ получил при обработке поверхностей сталей [6–8]. В названных работах исследователи

добились повышения термостойкости многослойного покрытия. Результаты зарубежных исследований свидетельствуют также об уменьшении коррозионной активности покрытия, полученного на нержавеющей стали методом электроискрового осаждения в расплавленном цинке [7].

В настоящее время проводятся исследования по разработке критериев эффективности [9; 10] и электрофизических моделей процесса ЭИЛ [11], которые позволяют найти зависимость критериев качества покрытия от технологических параметров процесса. Разработанные критерии метода ЭИЛ позволили выделить его в отдельный раздел материаловедения [12].

Однако практическое использование метода ЭИЛ (оптимизация параметров разряда и теплофизических свойств материалов, получение поверхностных слоев с заданной толщиной и функциональными свойствами) сдерживается отсутствием численных методов расчета температурного поля в процессе формирования покрытий на рабочих поверхностях обрабатываемого материала.

При выборе обрабатываемого материала для получения на обрабатываемом материале покрытий с заданными функциональными свойствами возникают сложности определения температурного поля в поверхностном слое при реализации метода<sup>1</sup> [13–15].

В работах зарубежных [16–19] и отечественных исследователей [20; 21] рассмотрены некоторые математические модели определения температурного поля в поверхностном слое катода в процессе ЭИЛ. Однако описанные модели не учитывают ряд факторов и сложны в реализации.

Таким образом, целью данной статьи является получение полной математической модели определения темпера-

<sup>1</sup> Johnson R. N. Principles and applications of electro-spark deposition // Society of Vacuum Coaters 45<sup>th</sup> Annual Technical Conference, Lake Buena Vista. 1987. URL: [https://www.researchgate.net/publication/236399429\\_Principles\\_and\\_applications\\_of\\_electro-spark\\_deposition](https://www.researchgate.net/publication/236399429_Principles_and_applications_of_electro-spark_deposition)

турного поля при ЭИЛ в поверхностном слое обрабатываемого материала.

### Материалы и методы

Рассмотрена задача нагрева катода, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда ( $Q_0 = \{(-a, a) \times (-b, b) \times (0, c)\}$ ), в декартовой системе координат при ЭИЛ (рис. 1). Здесь  $P_0 = \{z = 0, x \in (-a, a), y \in (-b, b)\}$  – рабочая поверхность;  $q_0 = q_0\{x, y, t\} = q_0\{x', t\}$  – поверхностный тепловой поток;  $t$  – время;  $N$  – количество капель [20].

Капли  $Q_i$ , равномерно заполняя некоторую часть грани  $\{z = 0\}$  (рис. 1), за один искровой разряд отдают посредством теплопроводности и излучения тепловой поток:

$$q_{i1} = \alpha_i(T_i - T_{sr}) + \kappa\sigma T_i^4, \quad i = \overline{1, N},$$

где  $\alpha_i$  – коэффициент теплоотдачи капля;  $T_i$  – температура  $i$ -ой капли;  $T_{sr}$  – температура окружающей среды;  $\kappa = \lambda/(c\rho)$  – коэффициент температуропроводности;  $\sigma$  – универсальная постоянная Стефана-Больцмана [Там же].

В математическом плане исследование теплового процесса (нагрева параллелепипеда и остывания капель  $Q_i$  за некоторый фиксированный промежуток времени  $t^*$  от начала воздействия искрового разряда  $t_0$ ) приводит к необходимости рассмотрения следующей

начально-краевой задачи нелинейной зависимости:

$$\lambda_p \Delta T_0 - c_p \rho_p \frac{\partial T_0}{\partial t} = 0, \quad \bar{x} \in Q_0, \quad t_0 < t < t^*,$$

$$\lambda_k \Delta T_i - c_k \rho_k \frac{\partial T_i}{\partial t} = 0, \quad \bar{x} \in Q_i, \quad t_0 < t < t^*,$$

$$T_0|_{t=0} = \Phi_0(\bar{x}), \quad \bar{x} \in Q_0, \quad T_i|_{t=0} = \Phi_i(\bar{x}),$$

$$\bar{x} \in Q_i, \quad i = \overline{1, N}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial T_0}{\partial x}|_{x=\pm a} = 0, \quad \frac{\partial T_0}{\partial y}|_{y=\pm b} = 0, \quad \frac{\partial T_0}{\partial z}|_{z=c} = 0,$$

$$\lambda_p \frac{\partial T_0}{\partial z} + \alpha_p(T_0 - T_{sr}) = 0, \quad z = 0,$$

$$(x, y) \notin \bigcup_{i=1}^N \Omega_i,$$

$$T_0 = T_i, \quad \lambda_p \frac{\partial T_0}{\partial z} = \lambda_k \frac{\partial T_i}{\partial z}, \quad z = 0,$$

$$(x, y) \in \bigcup_{i=1}^N \bar{\Omega}_i,$$

$$\lambda_k \frac{\partial T_i}{\partial \bar{n}} + \alpha_k(T_i - T_{cp/sr}) + \kappa\sigma T_i^4 = q_0,$$

$$\bar{x} \in \partial Q_i, \quad z < 0,$$

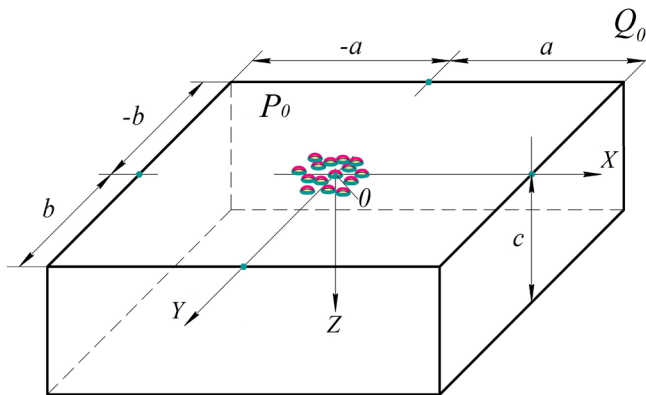


Рис. 1. Катод (прямоугольный параллелепипед  $Q_0$ ) с каплями на его поверхности  $P_0$ ;  $a, b, c$  – размеры катода в декартовой системе координат  $XYZ$

Fig. 1. The cathode (rectangular parallelepiped  $Q_0$ ) with drops on its surface  $P_0$ ;  $a, b, c$  – the size of the cathode in the Cartesian coordinate system  $XYZ$

где  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  – оператор Лапласа;  $T_0$  – температура катода;  $T_{sr}$  – температура окружающей среды;  $\Phi_0(\vec{x})$ ,  $\Phi_i(\vec{x})$  – известные заданные функции;  $\lambda_p, \lambda_k, c_p, c_k, \rho_p, \rho_k, \alpha_p, \alpha_k$  – коэффициенты теплопроводности, удельной теплоемкости, удельной плотности и теплоотдачи параллелепипеда ( $p$ ) и капля ( $k$ ) соответственно;  $\vec{x} = \{x, y, z\}$ ,  $\vec{n}$  – внешняя нормаль к  $\partial\Omega_i$ ; здесь и далее коэффициенты с индексом  $i = 0$  относятся к катоду  $Q_0$ , с индексами  $i \uparrow 0 - k$   $i$ -ой капле  $Q_i$ ;  $\Omega_i = Q_i \cap \{z = 0\}$ ,  $\bar{\Omega}_i = \Omega_i \cup \partial\Omega_i$  [Там же].

Ввиду сложности задачи (1) ее решение требует перехода к новым переменным:  $U = T_0 - T_{sr}$ ;  $U_i = T_i - T_{sr}$ ;  $a_0^2 = a_0^2 = \lambda_i / (c_i \rho_i)$ . Тогда задача для параллелепипеда  $Q_0$  получит следующий вид:

$$a_0^2 \Delta U - \frac{\partial U}{\partial t} = 0, \quad \vec{x} \in Q_i, \quad i = \overline{0, N},$$

$$t_0 < t < t^*,$$

$$U|_{t=t_0} = \phi(\vec{x}), \quad \vec{x} \in Q_0 \cup \left( \bigcup_{i=1}^N Q_i \right),$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} \Big|_{x=\pm a} = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial y} \Big|_{y=\pm b} = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial z} \Big|_{z=c} = 0, \quad (2)$$

$$\lambda_p \frac{\partial U}{\partial z} + \alpha_p U = 0, \quad z = 0, \quad (x, y) \notin \bigcup_{i=1}^N \Omega_i,$$

$$\lambda_k \frac{\partial U}{\partial \vec{n}} + \alpha_k U_i + \kappa \sigma (U_i + T_{sr})^4 = q_0,$$

$$z = 0, \quad (x, y) \in \bigcup_{i=1}^N \bar{\Omega}_i,$$

$$\text{где } \phi(\vec{x}) = \begin{cases} \phi_0(\vec{x}), & \vec{x} \in Q_0, \\ \phi_i(\vec{x}), & z = 0, \quad (x, y) \in \bigcup_{i=1}^N \Omega_i, \end{cases}$$

$$\phi_0(\vec{x}) = \Phi_0(\vec{x}) - T_{sr}, \quad \phi_i(\vec{x}) = \Phi_i(\vec{x}) - T_{sr}$$

[Там же].

Physics

Предположим, что размеры капель малы; тогда температура внутри объема капли будет почти постоянна, а существенно изменяться она станет только во времени  $t$ .

Будем считать, что при каждом  $t > 0$  справедливы приближенные равенства, которые тем более верны, чем меньше размеры капли [Там же]:

$$U(\vec{x}, t) \oplus const,$$

$$\partial U(\vec{x}, t) / \partial t \approx const, \quad \vec{x} \in Q_i, \quad i = \overline{1, N},$$

$$\partial U(\vec{x}, t) / \partial z|_{z=0} \approx const,$$

$$x' \in P_i, \quad i = \overline{1, N}, \quad (3)$$

где  $P_i$  – основание  $i$ -ой капли.

Это позволяет усреднить задачу по объемам  $Q_i$ , ограничившись только областью  $Q_0$ .

Так как для нашего исследования важна не конкретная геометрическая форма капли, а лишь ее размеры, для простоты вычислений предположим, что капля заключена в параллелепипед определенного размера (рис. 2) [Там же]:

$$Q_i = \{(a_{1i}, a_{2i}) \times (b_{1i}, b_{2i}) \times (0, d)\},$$

$$\Delta a_i = a_{2i} - a_{1i}, \quad \Delta b_i = b_{2i} - b_{1i};$$

тогда  $|Q| = \Delta a_i \Delta b_i d$ ,  $|P| = \Delta a_i \Delta b_i$ ,  $|S| = 2\Delta a_i d + 2\Delta b_i d + \Delta a_i \Delta b_i = 2d(\Delta a_i + \Delta b_i) + |P|$ .

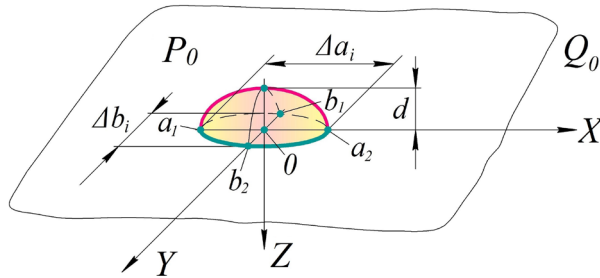
Результатом математических преобразований становится следующая задача для параллелепипеда  $Q_0$  [Там же]:

$$a_0^2 \Delta U - \frac{\partial U}{\partial t} = 0, \quad \vec{x} \in Q_0, \quad t_0 < t < t^*,$$

$$U|_{t=t_0} = \phi(\vec{x}), \quad \vec{x} \in Q_i, \quad i = \overline{0, N},$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} \Big|_{x=\pm a} = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial y} \Big|_{y=\pm b} = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial z} \Big|_{z=c} = 0, \quad (4)$$





Р и с. 2. Расположение капли на катоде  $Q_0$  в декартовой системе координат  $XYZ$   
 F i g. 2. The location of a drop on the cathode  $Q_0$  in the Cartesian coordinate system  $XYZ$

$$\frac{\partial U}{\partial z} + h_0 U = 0, \quad z = 0, \quad (x, y) \notin \bigcup_{i=1}^N \Omega_i, \quad \frac{\partial U}{\partial z} + h_0 U = \psi(t), \quad (x, y) \in \bigcup_{i=1}^N \bar{\Omega}_i, \quad t > 0.$$

$$\frac{\partial U}{\partial z} + h_0 U = q_0 - \left[ c_0 \frac{\partial U}{\partial t} + c_1 U + c_2 f(U) \right],$$

$$z = 0, \quad (x, y) \in \bigcup_{i=1}^N \bar{\Omega}_i.$$

Данная задача определена только в области  $Q_0$ , так как граничное условие для температуры  $U$  заменяет все уравнения теплового баланса в каплях.

### Результаты исследования

Для определения температуры катода в форме параллелепипеда  $Q_0$  решение задачи (4) состоит из двух этапов [Там же].

#### Первый этап

Пусть  $U^0$  – решение задачи (5). С помощью найденного решения определим, что

$$\psi(t) = q_0 - \left[ c_0 \frac{\partial U^0}{\partial t} + c_1 U^0 + c_2 f(U^0) \right];$$

$$(x, y) \in \Omega_i. \quad (5)$$

#### Второй этап

Сложный нелинейный теплообмен между каплями  $Q_i$ ,  $i=1, N$  и катодом  $Q_0$  в граничном условии задачи (4) заменяется линейным:

Для решения задачи применим вторую формулу Грина и функцию Грина  $G(\bar{x}, \xi, t - \tau)$ , которая является решением соответствующей задачи<sup>2</sup> [20], где  $\xi = (\xi, \eta, \zeta)$ ,  $t, \tau > 0$ . Тогда параллелепипед можно рассматривать как полупространство для капли, подставив в формулу (5)  $a = b = c = +\infty$ .

Наиболее простым для численной реализации является случай полупространства  $\{z > 0, x' \in R^2\}$  в качестве параллелепипеда  $Q_0$ , на границу  $\{z = 0\}$  которого нанесена единственная капля  $\{N = 1\}$ , и значения коэффициента теплоотдачи  $\alpha_n = 0$ ; следовательно,  $h_0 = 0$ , то есть учитывается только теплообмен между каплей и катодом.

Вторая формула Грина и данная функция Грина приводят задачу (4) к эквивалентному ей нелинейному интегральному уравнению следующего вида [20]:

$$U(\bar{x}, t) = U_{\wedge}(\bar{x}, t, t') -$$

$$- a_0^2 \int_{t'}^t d\tau \int_0^{a'b'} \int_0^0 G(\bar{x}, \eta, \zeta, 0, t - \tau) Q(U) d\eta d\zeta, \quad (6)$$

где  $a' = \Delta a / 2$ ,  $b' = \Delta b / 2$  – половинные длины сторон капли;

<sup>2</sup> Ладыженская О. А., Солонников В. А., Уральцева Н. Н. Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа. М.: Наука, 1967. 736 с.; Friedman A. Partial differential equations of parabolic type. R. E. Krieger Pub. Co., 1983. 347 p.

$$U_{\wedge}(\bar{x}, t) = \iiint_{000}^{\infty\infty\infty} G(\bar{x}, \bar{\xi}, t-t')U(\bar{\xi}, t')d\bar{\xi} +$$

$$+ a_0^2 \int_{t'}^t d\tau \iiint_{000}^{ab} G(\bar{x}, \xi, \eta, 0, t-\tau) q_0(\xi, \eta, 0, \tau) d\xi d\eta,$$

$$Q(U) = c_0 \frac{\partial U(\xi, \eta, 0, \tau)}{\partial \tau} + c_1 U(\xi, \eta, 0, \tau) +$$

$$+ c_2 f(U(\xi, \eta, 0, \tau)).$$

Интегральные соотношения (6), как и задача (5), приближенно описывают процесс передачи тепла катоду каплей, помещенной на его границу.

В подынтегральном выражении уравнения (6) функция  $U = U(\xi, \eta, 0)$  рассматривается в области, в которой она почти постоянна по  $\xi, \eta$ . Поэтому, подставив в уравнение (6)  $z = 0$  и проинтегрировав его [Там же], получим нелинейное интегральное уравнение типа Вольтера:

$$\Delta a \Delta b U(t) = U_{\wedge}(t) -$$

$$- a_0^2 \int G(t-\tau) Q(U(\tau)) d\tau \quad (7)$$

относительно усредненной функции

$$U(t) = \frac{1}{\Delta a \Delta b} \int_0^a \int_0^b U(x, y, 0, t) dx dy.$$

Здесь

$$G(t-\tau) = \int_0^a \int_0^b \int_0^b G \Big|_{\substack{z=0 \\ \xi=0}} dx dy d\xi d\eta =$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{\pi a_0(t-\tau)}} \left[ a \Phi \left( \frac{a}{\sqrt{a_0(t-\tau)}} \right) + \sqrt{\frac{t-\tau}{\pi}} \left( e^{-\frac{a^2}{a_0(t-\tau)}} - 1 \right) \right] \times$$

$$\times \left[ b \Phi \left( \frac{b}{\sqrt{a_0(t-\tau)}} \right) + \sqrt{\frac{a_0(t-\tau)}{\pi}} \left( e^{-\frac{b^2}{a_0(t-\tau)}} - 1 \right) \right],$$

$$U_{\wedge}(x, y, z, t) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^a \int_0^b \int_0^b G |_{\tau=0} d\xi d\eta dz dx dy,$$

где  $\Phi(x) = \frac{2}{\pi} \int_0^x e^{-t^2} dt$  – интеграл вероятности<sup>3</sup>.

Для численного решения задачи (6) введем пространственную и временную сетку  $(x_i, y_j, z_k)$ ,  $i = \overline{1, N_1}$ ,  $j = \overline{1, N_2}$ ,  $k = \overline{1, N_3}$ ,  $\{0 = t_0 < t_1 < \dots < t_{N_0} = t^*\}$ .

Тогда  $U_n^{ijk} = (x_i, y_j, z_k, t_n)$  – температура в узле  $(x_i, y_j, z_k)$  в момент времени  $t = t_n$ . Производную по времени заменяем разностным соотношением  $\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{U_n - U_{n-1}}{\Delta \tau_n}$ , где  $U_n = U|_{t=t_n}$ ,  $\Delta \tau_n = t_n - t_{n-1}$ .

В уравнении (7) заменяем в подынтегральном выражении  $U(t)$  на  $\frac{U_n + U_{n-1}}{2}$  и получаем:

$$\Delta a \Delta b U_n = U_{\wedge n} -$$

$$- G_n \left[ c_0 \frac{U_n - U_{n-1}}{\Delta \tau} + c_1 \frac{U_n + U_{n-1}}{2} + c_2 f \left( \frac{U_n + U_{n-1}}{2} \right) \right], \quad (8)$$

где:  $G_n = \int_{t_{n-1}}^{t_n} G(t_n - \tau) d\tau$ .

Решение нелинейного уравнения (5) описывает температурное поле катода под основанием капли в момент  $t = t_n$ . Поле внутри параллелепипеда определяется простой квадратурой (6), имеющей следующий вид [20]:

$$U(x, y, z, t_n) = U_{\wedge}(x, y, z, t_n) -$$

$$- a_0^2 \int_{t_{n-1}}^{t_n} G(x, y, z, t_n - \tau) Q_n(U_n) d\tau, \quad (9)$$

<sup>3</sup> Friedman A. Partial differential equations of parabolic type. R. E. Krieger Pub. Co., 1983. 347 p.; Санчес-Паленсия Э. Неоднородные среды и теория колебаний / Пер. с англ. М.: Мир, 1984. 472 с. URL: <http://bookre.org/reader?file=441528>



где

$$U_{\wedge}(x, y, z, t_n) = \iiint_{0,0,0}^{\infty,\infty,\infty} G_{|\tau=t_n} U_{n-1}(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta + \int_0^{t_n} G(x, y, z, t_n - \tau) q_0(\tau) d\tau, \quad (10)$$

$$G(x, y, z, t - \tau) = \iint_{0,0}^{a,b} G_{|\zeta=0} d\xi d\eta = \frac{\exp\left\{-\frac{z^2}{4a_0(t-\tau)}\right\}}{4\sqrt{\pi a_0(t-\tau)}} \left[ \Phi\left(\frac{x+a}{2\sqrt{a_0(t-\tau)}}\right) - \Phi\left(\frac{x-a}{2\sqrt{a_0(t-\tau)}}\right) \right] \times \left[ \Phi\left(\frac{y+b}{2\sqrt{a_0(t-\tau)}}\right) - \Phi\left(\frac{y-b}{2\sqrt{a_0(t-\tau)}}\right) \right],$$

$$Q_n(U_n) = c_0 \frac{U_n - U_{n-1}}{\Delta\tau} + c_1 \frac{U_n + U_{n-1}}{2} + c_2 f\left(\frac{U_n + U_{n-1}}{2}\right).$$

Для численных расчетов интеграл (10) заменим на тройную сумму следующего вида:

$$\iiint_{0,0,0}^{\infty,\infty,\infty} G_{|\tau=t_n} U_{n-1}(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta = \sum_{i_1}^{N_1} \sum_{j_1}^{N_2} \sum_{k_1}^{N_3} G_{n_i_1 j_1 k_1}^{ijk} \bar{U}_{n-1}^{i_1 j_1 k_1},$$

$$\text{где } G_{n_i_1 j_1 k_1}^{ijk} = \int_{x_{i_1-1}}^{x_{i_1}} \int_{y_{j_1-1}}^{y_{j_1}} \int_{z_{k_1-1}}^{z_{k_1}} G(x, y, z, \Delta t) d\xi d\eta d\zeta.$$

Среднеарифметическое значение функции относительно восьми узлов параллелепипеда  $(x_{i-1}, x_i) \times (y_{j-1}, y_j) \times (z_{k-1}, z_k)$ ,  $U_{n-1}^{ijk} = U(x_i, y_j, z_k, t_n)$ ,  $i = \overline{1, N_1}$ ,  $j = \overline{1, N_2}$ ,  $k = \overline{1, N_3}$ , определяется по формуле:

$$\bar{U}_{n-1}^{ijk} = \frac{U_{n-1}^{i-1, j-1, k-1} + U_{n-1}^{i-1, -1, k} + U_{n-1}^{i-1, j, k-1} + U_{n-1}^{i-1, j, k} + U_{n-1}^{i, j-1, k-1} + U_{n-1}^{i, j-1, k} + U_{n-1}^{i, j, k-1} + U_{n-1}^{i, j, k}}{8}. \quad (11)$$

Так как решение  $U_{n-1}(\xi, \eta, \zeta)$  является убывающим от нуля до бесконечности по переменным  $\xi, \eta, \zeta$ , очевидно, что узловые точки  $\{x_i\}_{i=1}^{N_1}$ ,  $\{y_j\}_{j=1}^{N_2}$ ,  $\{z_k\}_{k=1}^{N_3}$

следует уплотнить вблизи начала координат. С учетом вышеизложенного получаем окончательные выражения для определения температурного поля в узлах  $x_i, y_j, z_k$  параллелепипеда [Там же]:

$$U_n^{ijk} = U_{\wedge}^{ijk} - a_0^2 Q_n \int_{t_{n-1}}^{t_n} G(x_i, y_j, z_k, t_n - \tau) d\tau, \\ U_{\wedge}^{ijk} = \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} \sum_{k=1}^{N_3} G_{n_i j k}^{ijk} U_{n-1}^{i_1 j_1 k_1} + q_0 \int_{t_{n-1}}^{t_n} G_n(x_i, y_j, z_k, t_n - \tau) d\tau \quad (12)$$

После этого получим все данные для перехода к следующему временно-му отрезку  $[t_n, t_{n+1}]$ .

Отметим, что такая математическая модель не учитывает влияние остальных капель на искомый поток. Для учета подобного влияния необходимо рассмотреть систему нелинейных интегральных уравнений следующего вида:

$$\Delta a_i \Delta b_i U_i(t) = U_{\wedge i}(t) - a_0^2 \int_{t_{n-1}}^{t_n} \sum_{j=1}^N G_{ij}(t-\tau) Q(U_j(\tau)) d\tau, \quad (13)$$

где  $G_{ij}(t-\tau) = \int_{a_{i1}}^{a_{i2}} \int_{b_{i1}}^{b_{i2}} \int_{c_{i1}}^{c_{i2}} \int_{z=0} G dx dy d\xi d\eta$ ,  $a_{i1}, a_{i2}, b_{i1}, b_{i2}$  – координаты  $i$ -ой капли;  $N = 4$  (в данном случае).

Дискретизация по времени  $t$  преобразует систему (13) в систему нелинейных алгебраических уравнений:

$$\Delta a_i \Delta b_i U_i = U_{\wedge i} - a_0^2 \sum_{j=1}^N G_{ij} Q(U_j). \quad (14)$$

При этом поле внутри параллелепипеда определяется так:

$$U(x, y, z, t) = U_{\wedge}(x, y, z, t) - a_0^2 \sum_{i=1}^N \int_{t_{n-1}}^{t_n} \int_{a_{i1}}^{a_{i2}} \int_{b_{i1}}^{b_{i2}} G_{|\zeta=0} Q(U)_{|\zeta=0} d\xi d\eta d\tau. \quad (15)$$

Таким образом, определив поток  $Q(U)$  из одной капли в параллелепипед, можем начать рассмотрение упорядоченного (периодического по переменным  $x, y$ ) множества капелек [Там же].

Однако решение системы нелинейных уравнений вида (14) с последующим определением поля в области  $Q$  по формуле вида (15) становится трудоемким. Поэтому для решения задачи нелинейный поток из капелек в параллелепипед заменяется линейным, что является более предпочтительным [Там же].

По представленному алгоритму создан пакет программ и проведены численные расчеты определения температурного поля параллелепипеда<sup>4</sup>.

С учетом функций в выражениях (7) и (9) для численного интегрирования применялись квадратурные формулы<sup>5</sup> с весовой функцией  $1/\sqrt{t}$ . Пробные вычисления по разработанному алгоритму показали эффективность выбранного метода.

Расчеты проводились с учетом следующих данных [Там же].

1. Размеры капли:  $\Delta a_i / 2 = 10^{-2}$  см;  $\Delta b_i / 2 = 2 \cdot 10^{-2}$  см;  $d = 10^{-2}$  см. Здесь размеры капли приняты неодинаковыми в ее основании, что соответствует более общей задаче – обработке посредством ЭИЛ не плоской ( $\Delta a = \Delta b$ ), а криволинейной поверхности.

2. Теплофизические константы:  $T = 20$  °С;  $T_0 = 1\,400$  °С (начальная температура капли);  $q_0 = 0$ .

3. Материал капли – вольфрам (W):  $\lambda_k = 1,73$  Вт/см · °С;  $\rho_k = 19,25$  г/см<sup>3</sup>;  $c_k = 0,15$  Дж/г · К;  $\alpha_k = 0,001$  Вт/(см<sup>2</sup> · °С).

4. Материал катода – железо (Fe):  $\lambda_k = 0,733$  Вт/см · °С;  $\rho_k = 7,87$  г/см<sup>3</sup>;  $c_k = 0,46$  Дж/г · К;  $\alpha_k = 0,001$  Вт/(см<sup>2</sup> · °С).

5. Узлы пространственной сетки, см:

$\{x_{i=1}^6\} = 0; 0,005; 0,01; 0,011; 0,013; 0,017;$   
 $\{y_{i=1}^6\} = 0; 0,01; 0,02; 0,022; 0,026; 0,034;$   
 $\{z_{i=1}^6\} = 0; 0,001; 0,003; 0,006; 0,01; 0,015.$

Динамика температурного поля некоторых точек поверхности представлена в таблице. В круглых скобках даны координаты точек, обозначенных на

Таблица  
Table

Динамика температурного поля точек на поверхности в зависимости от времени  
The dynamics of the temperature field of points on the surface depending on time

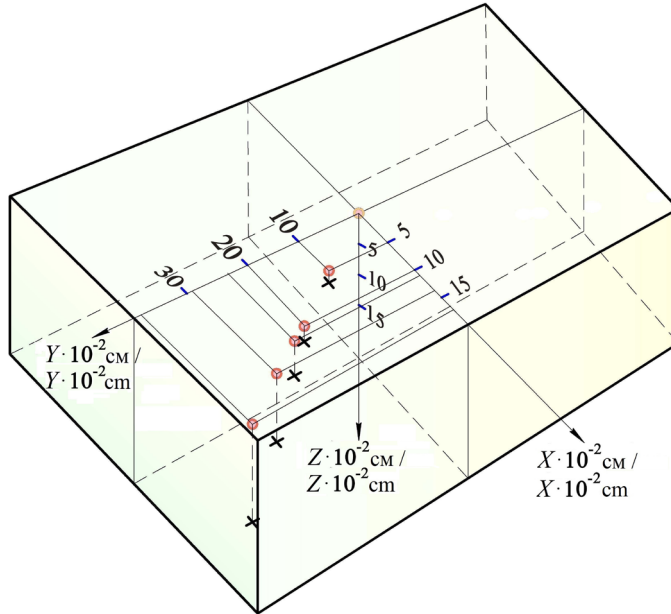
Время / Time	Координаты точек / The coordinates of the points									
	(1,1)	(2,1)	(2,2)	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)
$t = 1 \cdot 10^{-5}$ с / $t = 1 \cdot 10^{-5}$ s	1 078	1 043	1 042	541	540	270	294	293	147	65
$t = 2 \cdot 10^{-5}$ с / $t = 2 \cdot 10^{-5}$ s	904	835	790	467	439	228	323	299	156	96
$t = 3 \cdot 10^{-5}$ с / $t = 3 \cdot 10^{-5}$ s	775	712	660	419	386	209	310	281	155	105
$t = 4 \cdot 10^{-5}$ с / $t = 4 \cdot 10^{-5}$ s	670	617	568	375	342	193	287	258	148	106
$t = 5 \cdot 10^{-5}$ с / $t = 5 \cdot 10^{-5}$ s	585	538	495	334	305	177	260	234	139	103

<sup>4</sup> Программный комплекс для моделирования теплопереноса материала при электрофизическом воздействии : свидетельство о гос. регистрации прог. для ЭВМ / Власенко В. Д., Колисова М. В. № 2017611479 ; заявл. 06.12.16 ; опубли. 03.02.17. URL: [http://www1.fips.ru/fips\\_serv1/fips\\_servlet?DB=EVM&rn=4256&DocNumber=2017611479&TypeFile=html](http://www1.fips.ru/fips_serv1/fips_servlet?DB=EVM&rn=4256&DocNumber=2017611479&TypeFile=html)

<sup>5</sup> Крылов В. И., Шульгина Л. Т. Справочная книга по численному интегрированию. М. : Наука, 1966. 372 с.

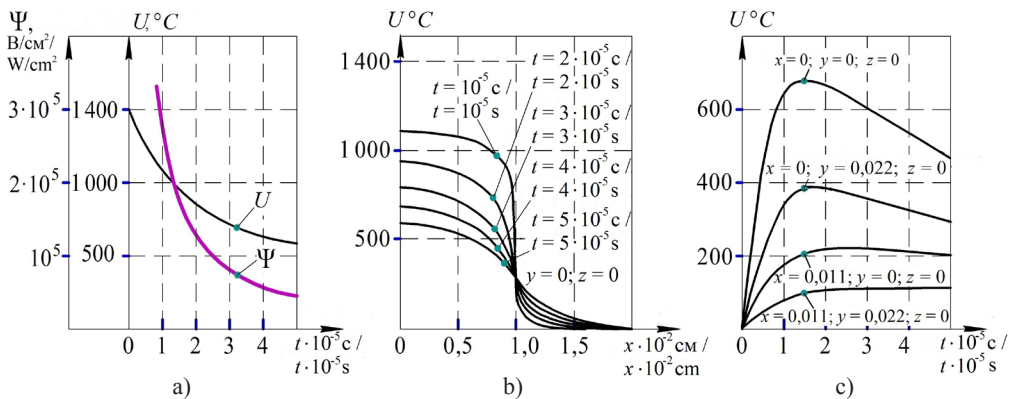
рис. 3. Числа  $n$  и  $m$  в круглых скобках указывают на номер координаты вектора  $\vec{x} = \{x_i\}$  и вектора  $\vec{y} = \{y_i\}$  (например, точка (3, 1) таблицы соответствует точке  $(x_3, y_1)$  на плоскости  $xOy$ ) [Там же].

На рис. 4 представлена динамика температурного поля и вычисляемого потока в соответствии с формулой (5). Кривые на рис. 4, а иллюстрируют убывание температурного поля начала ко-



Р и с. 3. Схема расположения точек, в которых вычислялась температура

F i g. 3. The location of the points at which the temperature was calculated



Р и с. 4. Динамика температурного поля и теплового потока: а) изменение температуры капли (линия  $U$ ) и теплового потока (линия  $\psi$ ) во времени; б) зависимость температуры поверхности октанта от координаты в сечении  $y = 0, z = 0$ ; в) изменение температуры внутренних точек октанта, расположенных вне основания капли, во времени

F i g. 4. The dynamics of the temperature field and heat flux: а) change in temperature of the droplet (line  $U$ ) and heat flux (line  $\psi$ ); б) the dependence of the octant surface temperature on the coordinate in the section  $y = 0, z = 0$ ; в) the temporal variation of the temperature of the internal octant points located outside the base of the drop

ординат (линия  $U$ ) и потока (линия  $\psi$ ). На рис. 4, б показана динамика температурного поля сечения  $y = 0, z = 0$ ; на рис. 4, с – динамика точек, расположенных вне основания капли [Там же].

### Обсуждение и заключение

Анализ полученных результатов показывает, что поле в точках, расположенных в основании капли, постоянно убывает (рис. 4, а); в точках, расположенных вне основания капли (как на поверхности, так и в глубине катода), сначала возрастает, а затем убывает вместе с полем капли (рис. 4, с). Это свидетельствует о том, что, пока капля достаточно горячая, тепла к данным точкам прибывает больше, чем убывает, что и приводит к увеличению температуры. Однако по мере охлаждения капли приток тепла становится меньшим, чем отток, что приводит к уменьшению температуры [Там же].

Чем ближе расположена точка к поверхности капли, тем более резко возрастает температура в начальный момент времени и тем раньше она стабилизируется и начинает убывать.

Температура в точках, расположенных симметрично относительно границы капли, симметрично изменяется относи-

тельно температуры границы. Температура на границе капли примерно в два раза ниже температуры в центре капли.

Предложенная модель реализована численно для случая одной капли, помещенной на границу теплопроводящего полупространства. Разработанный численный метод расчета позволяет приближенно описать процесс остывания одной капли и затем использовать полученную информацию для усредненного описания эффекта нагрева параллелепипеда группой капель [Там же].

Применительно к ЭИЛ построен алгоритм и проведены численные расчеты для определения значений температуры во всех точках, а также температурного потока в катоде (параллелепипеде) в случае одной среднестатистической капли на его грани. Сложный нелинейный теплообмен между каплей и катодом заменяется линейным теплообменом. Предложенный метод расчета для усредненного описания эффекта нагрева тела параллелепипеда рядом таких капель находит практическое применение в выборе материала анода в зависимости от эрозионной стойкости при получении покрытий с заданными функциональными свойствами.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Electrospark alloying of titanium and its alloys: the physical, technological, and practical aspects. Part I. The peculiarities of the mass transfer and the structural and phase transformations in the surface layers and their wear and heat resistance / V. V. Mikhailov [et al.] // *Surface Engineering and Applied Electrochemistry*. 2013. Vol. 49, issue 5. P. 373–395. DOI: <https://doi.org/10.3103/S1068375513050074>
2. Власенко В. Д., Мулин Ю. И. Формирование износо- и жаростойких покрытий на поверхностях титановых сплавов методом электроискрового легирования // *Физика и химия обработки материалов*. 2015. № 1. С. 79–84.
3. The formation of protective coatings on tungsten-containing hard alloys by electrospark alloying with metals and borides / A. D. Verkhoturov [et al.] // *Inorganic Materials: Applied Research*. 2011. Vol. 2, issue 2. P. 180–185. DOI: <https://doi.org/10.1134/S2075113311020213>
4. Contribution of electrospark alloying to the oxidation resistance of hard tungsten alloys / A. D. Verkhoturov [et al.] // *Powder Metallurgy and Metal Ceramics*. 2008. Vol. 47, no. 1-2. P. 112–115. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11106-008-0015-2>
5. Microstructure and cavitation erosion characteristics of Al–Si alloy coating prepared by electrospark deposition / W. Wang [et al.] // *Surface and Coatings Technology*. 2008. Vol. 202, issue 21. P. 5116–5121. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.surfcoat.2008.05.013>

6. Исследование жаростойких свойств покрытий после электроискрового легирования стали 45 хромоникелевыми сплавами / А. В. Козырь [и др.] // Письма о материалах. 2018. Т. 8, № 2. С. 140–145. DOI: <https://doi.org/10.22226/2410-3535-2018-2-140-145>
7. **Sun P.-F., Zhang L.-Q., Lin J.-P.** Corrosion behaviour of Ti-45Al-8Nb coating on 304 stainless steel by electrospark deposition in molten zinc // Transactions of materials and heat treatment. 2014. Vol. 35, issue 2. P. 151–156. URL: [https://www.researchgate.net/publication/289541667\\_Corrosion\\_behaviour\\_of\\_Ti-45Al-8Nb\\_coating\\_on\\_304\\_stainless\\_steel\\_by\\_electrospark\\_deposition\\_in\\_molten\\_zinc](https://www.researchgate.net/publication/289541667_Corrosion_behaviour_of_Ti-45Al-8Nb_coating_on_304_stainless_steel_by_electrospark_deposition_in_molten_zinc)
8. Fabrication of stainless steel microstructure surface by electro-spark deposition / W. Wang [et al.] // Surface technology. 2017. Vol. 46, issue 5. P. 159–164. DOI: <https://doi.org/10.16490/j.cnki.issn.1001-3660.2017.05.026>
9. **Ivanov V. I., Verkhoturov A. D., Konevtsov L. A.** The development of criteria for evaluating the effectiveness of the surface layer formation and its properties in the process of electrospark alloying. Part I. The state of the issue. Kinetic and functional criteria of the efficiency of a doped layer's formation // Surface Engineering and Applied Electrochemistry. 2017. Vol. 53, issue 3. P. 218–223. DOI: <https://doi.org/10.3103/S1068375517030061>
10. **Ivanov V. I., Verkhoturov A. D., Konevtsov L. A.** The development of criteria for evaluating the effectiveness of the surface layer formation and its properties in the process of electrospark alloying (ESA). Part 2. The criteria of the effectiveness of the ESA process and electrospark coatings // Surface Engineering and Applied Electrochemistry. 2017. Vol. 53, issue 3. P. 224–228. DOI: <https://doi.org/10.3103/S1068375517030073>
11. Electrophysical model of the erosion of electrodes under the energy pulse effect / P. S. Gordienko [et al.] // Surface Engineering and Applied Electrochemistry. 2011. Vol. 47, issue 3. P. 206–216. DOI: <https://doi.org/10.3103/S1068375511030045>
12. On the problem of creating a new scientific school in the field of electric erosion machining: Electrode material science / A. D. Verkhoturov [et al.] // Surface Engineering and Applied Electrochemistry. 2010. Vol. 46, issue 5. P. 523–533. DOI: <https://doi.org/10.3103/S1068375510050194>
13. Влияние природы электродных материалов на эрозию и свойства легированного слоя. Критерии оценки эффективности электроискрового легирования / А. Д. Верхотуров [и др.] // Вестник Мордовского университета. 2018. Т. 28, № 3. С. 302–320. DOI: <https://doi.org/10.15507/0236-2910.028.201803.302-320>
14. **Смагин С. И., Власенко В. Д., Мулин Ю. И.** Моделирование параметров процесса электроискрового легирования для образования функциональных поверхностей // Вычислительные технологии. 2009. Т. 14, № 3. С. 79–85. URL: <http://www.ict.nsc.ru/jct/annotation/1303>
15. **Верхотуров А. Д., Иванов В. И., Коневцов Л. А.** Критерии оценки эффективности процесса электроискрового легирования // Труды ГОСНИТИ. 2011. Т. 107, № 2. С. 131–137.
16. **Xie Y.-J., Wang M.-C.** Epitaxial MCrAlY coating on a Ni-base superalloy produced by electrospark deposition // Surface and Coatings Technology. 2006. Vol. 201, no. 6. P. 3564–3570. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.surfcoat.2006.08.107>
17. Electro-spark alloying using graphite electrode on titanium alloy surface for biomedical applications / T. Chang-bin [et al.] // Applied Surface Science. 2011. Vol. 257, no. 15. P. 6364–6371. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apsusc.2011.01.120>
18. Single-spark analysis of electro-discharge deposition process / B. Muralidharan [et al.] // Materials and Manufacturing Processes. 2016. Vol. 31, issue 14. P. 1853–1864. DOI: <https://doi.org/10.1080/10426914.2015.1127936>
19. **Beck J. V.** Transient temperatures in a semi-infinite cylinder heated by a disk heat source // International Journal of Heat and Mass Transfer. 1981. Vol. 24, issue 10. P. 1631–1640. DOI: [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(81\)90071-5](https://doi.org/10.1016/0017-9310(81)90071-5)
20. **Верхотуров А. Д., Козырь А. В., Коневцов Л. А.** Научные основы разработки и получение слоистых материалов на поверхности твердых сплавов : монография. Владивосток : Дальнаука. 2016. 475 с. URL: [http://www.im.khv.ru/metod/Science\\_basics\\_of\\_hard\\_materials.pdf](http://www.im.khv.ru/metod/Science_basics_of_hard_materials.pdf)

21. **Vlasenko V. D., Kolisova M. V.** Modeling of the temperature field on the cathode's surface during electrophysical impact // Contemporary Engineering Sciences. 2016. Vol. 9, no 6. P. 249–256. DOI: <https://doi.org/10.12988/ces.2016.611>

*Поступила 11.02.2019; принята к публикации 22.04.2019; опубликована онлайн 28.06.2019*

*Об авторах:*

**Власенко Виктор Дмитриевич**, ученый секретарь, ФГБУН «Вычислительный центр Дальневосточного отделения Российской академии наук» (680000, Россия, г. Хабаровск, ул. Ким Ю Чена, д. 65), кандидат физико-математических наук, ResearcherID: E-2432-2019, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7782-4532>, centik1960@yandex.ru

**Иванов Валерий Игоревич**, заведующий, лаборатория электроискровых и термодиффузионных процессов, ФГБНУ «Федеральный научный агроинженерный центр ВИМ» (109428, Россия, г. Москва, 1-й Институтский проезд, д. 5), кандидат технических наук, ResearcherID: H-4076-2018, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4568-8553>, tehnoinvest-vip@mail.ru

**Аулов Вячеслав Федорович**, ведущий научный сотрудник, лаборатория электроискровых и термодиффузионных процессов, ФГБНУ «Федеральный научный агроинженерный центр ВИМ» (109428, Россия, г. Москва, 1-й Институтский проезд, д. 5), кандидат технических наук, ResearcherID: E-4179-2019, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6925-1260>, gosniti@mail.ru

**Коневиц Леонид Алексеевич**, научный сотрудник, ФГБУН «Институт материаловедения Хабаровского научного центра Дальневосточного отделения Российской академии наук» (680042, Россия, г. Хабаровск, ул. Тихоокеанская, д. 153), кандидат технических наук, ResearcherID: H-4087-2018, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7212-3953>, konevts@narod.ru

**Мартынова Елена Геннадьевна**, аспирант, кафедра технического сервиса машин, ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва» (430005, Россия, г. Саранск, ул. Большевикская, д. 68/1), ResearcherID: C-5023-2019, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6870-0498>, el.mart2012@yandex.ru

**Хасан Исмаил Халил**, аспирант, кафедра физики твердого тела, ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва» (430005, Россия, г. Саранск, ул. Большевикская, д. 68/1), ResearcherID: C-5025-2019, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4560-1016>, srorismael@gmail.com

*Заявленный вклад соавторов:*

В. Д. Власенко – разработка концепции и плана статьи, проведение теоретических исследований; В. И. Иванов – разработка алгоритма нахождения температурного поля, редактирование статьи; В. Ф. Аулов – анализ результатов; Л. А. Коневиц – формулировка выводов, написание текста; Е. Г. Мартынова – экспериментальные исследования, обзор и анализ литературы; И. Х. Хасан – участие в подготовке исходных данных.

*Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.*

## REFERENCES

1. Mikhailov V.V., Gitlevich A.E., Mikhailyuk A.I., Verkhoturov A.D., Belyakov A.V., Konevtsov L.A. Electrospark alloying titanium and its alloys: the physical, technological, and practical aspects. Part I. The peculiarities of the mass transfer and the structural and phase transformations in the surface layers and their wear and heat resistance. *Surface Engineering and Applied Electrochemistry*. 2013; 49(5):373-395. DOI: <https://doi.org/10.3103/S1068375513050074>
2. Vlasenko V.D., Mulin Yu.I. Formation of wear- and heat-resistant coatings on the surface of Ti alloys by electro-sparking alloying. *Fizika i khimiya obrabotki materialov* = Physics and Chemistry of Materials Treatment. 2015; 1:79-84. (In Russ.)



3. Verkhoturov A.D., Gordienko P.S., Podchernyaeva I.A., Konevtsov L.A., Panin E.S. The formation of protective coating on tungsten-containing hard alloys by electrospark alloying with metals and borides. *Inorganic Materials: Applied Research*. 2011; 2(2):180-185. DOI: <https://doi.org/10.1134/S2075113311020213>
4. Verkhoturov A.D., Konevtsov L.A., Shpilev A.M., Gordienko P.S., Panin E. S., Podchernyaeva I.A., et al. Contribution of the electrospark alloying to the oxidation resistance of hard tungsten alloys. *Powder Metallurgy and Metal Ceramics*. 2008; 47(1-2):112-115. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11106-008-0015-2>
5. Wang W., Wang M., Sun F., Zheng Y., Jiao J. Microstructure and cavitation erosion characteristics of Al-Si alloy coating prepared by electrospark deposition. *Surface and Coatings Technology*. 2008; 202(21):5116-5121. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.surfcoat.2008.05.013>
6. Kozyr A.V., Konevtsov L.A., Kononov S.V., Kovalenko S.V., Ivashenko V.I. Research on heat resistance properties of coatings deposited by electrospark alloying on steel C45 by nickel-chromium alloys. *Pisma o materialakh = Letters on Materials*. 2018; 8(2):140-145. DOI: <https://doi.org/10.22226/2410-3535-2018-2-140-145>
7. Sun P.-F., Zhang L.-Q., Lin J.-P. Corrosion behaviour of Ti-45Al-8Nb coating on 304 stainless steel by electrospark deposition in molten zinc. *Transactions of Materials and Heat Treatment*. 2014; 35(2):151-156. Available at: [https://www.researchgate.net/publication/289541667\\_Corrosion\\_behaviour\\_of\\_Ti-45Al-8Nb\\_coating\\_on\\_304\\_stainless\\_steel\\_by\\_electrospark\\_deposition\\_in\\_molten\\_zinc](https://www.researchgate.net/publication/289541667_Corrosion_behaviour_of_Ti-45Al-8Nb_coating_on_304_stainless_steel_by_electrospark_deposition_in_molten_zinc)
8. Wang W., Xie J., Zhang B., Ruan W., Han C. Fabrication of stainless steel microstructure surface by electro-spark deposition. *Surface Technology*. 2017; 46(5):159-164. DOI: <https://doi.org/10.16490/j.cnki.issn.1001-3660.2017.05.026>
9. Ivanov V.I., Verkhoturov A.D., Konevtsov L.A. The development of criteria for evaluating the effectiveness of the surface layer formation and its properties in the process of electrospark alloying. Part I. The state of the issue. Kinetic and functional criteria of the efficiency of a doped layer's formation. *Surface Engineering and Applied Electrochemistry*. 2017; 53(3):218-223. DOI: <https://doi.org/10.3103/S1068375517030061>
10. Ivanov V.I., Verkhoturov A.D., Konevtsov L.A. The development of criteria for evaluating the effectiveness of the surface layer formation and its properties in the process of electrospark alloying (ESA). Part 2. The criteria of the effectiveness of the ESA process and electrospark coatings. *Surface Engineering and Applied Electrochemistry*. 2017. 53(3):224-228. DOI: <https://doi.org/10.3103/S1068375517030073>
11. Gordienko P.S., Zhevzun I.G., Panin E.S., Shabalin I.A., Verkhoturov A.D., Dostovalov V. A., et al. Electrophysical model of the erosion of electrodes under the energy pulse effect. *Surface Engineering and Applied Electrochemistry*. 2011; 47(3):206-216. DOI: <https://doi.org/10.3103/S1068375511030045>
12. Verkhoturov A.D., Podchernyaeva I.A., Ivanov V.I., Konevtsov L.A. On the problem of creating a new scientific school in the field of electric erosion machining: electrode material science. *Surface Engineering and Applied Electrochemistry*. 2010; 46(5):523-533. DOI: <https://doi.org/10.3103/S1068375510050194>
13. Verkhoturov A.D., Ivanov V.I., Dorokhov A.S., Konevtsov L.A., Velichko S.A. Effect of the nature of electrode materials on erosion and properties of doped layers. The criteria for evaluating the effectiveness of electrospark alloying. *Vestnik Mordovskogo universiteta = Mordovia University Bulletin*. 2018; 28(3):302-320. DOI: <https://doi.org/10.15507/0236-2910.028.201803.302-320> (In Russ.)
14. Smagin S.I., Vlasenko V.D., Mulin Y.I. Parameters modelling for an electro-sparking alloying process for formation of functional surfaces. *Vychislitelnyye tekhnologii = Computational Technologies*. 2009; 14(3):79-85. Available at: <http://www.ict.nsc.ru/jct/annotation/1303> (In Russ.)
15. Verkhoturov A.D., Ivanov V.I., Konevtsov L.A. Evaluation criteria of efficiency of process of electric-spark alloying. *Trudy GOSNITI = Works of GOSNITI*. 2011; 107(2):131-137. (In Russ.)
16. Xie Y.J., Wang M.C. Epitaxial MCrAlY coating on a Ni-base superalloy produced by electrospark deposition. *Surface and Coatings Technology*. 2006; 201(6):3564-3570. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.surfcoat.2006.08.107>

17. Chang-Bin T., Dao-Xin L., Zhan W., Yang G. Electro-spark alloying using graphite electrode on titanium alloy surface for biomedical applications. *Applied Surface Science*. 2011; 257(15):6364-6371. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apsusc.2011.01.120>
18. Muralidharan B., Chelladurai H., Singh P., Kumar M. Single spark analysis of electro-discharge deposition process. *Materials and Manufacturing Processes*. 2016; 31(14):1853-1864. DOI: <https://doi.org/10.1080/10426914.2015.1127936>
19. Beck J.V. Transient temperatures in a semi-infinite cylinder heated by a disk heat source. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 1981; 24(10):1631-1640. DOI: [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(81\)90071-5](https://doi.org/10.1016/0017-9310(81)90071-5)
20. Verkhoturov A.D., Kozyr A.V., Konevtsov L.A. [Scientific basis for the development and production of layered materials on the surface of hard alloys]. Vladivostok: Dalnauka; 2016. Available at: [http://www.im.khv.ru/metod/Science\\_basics\\_of\\_hard\\_materials.pdf](http://www.im.khv.ru/metod/Science_basics_of_hard_materials.pdf) (In Russ.)
21. Vlasenko V.D., Kolisova M.V. Modeling of the temperature field on the cathode's surface during electrophysical impact. *Contemporary Engineering Sciences*. 2016; 9(6):249-256. DOI: <https://doi.org/10.12988/ces.2016.611>

*Received 11.02.2019; revised 22.04.2019; published online 28.06.2019*

*About authors:*

**Victor D. Vlasenko**, Scientific Secretary, Computing Center of Far Eastern Branch RAS (65 Kim Yu Chen St., Khabarovsk 680000, Russia), Ph.D. (Physics and Mathematics), ResearcherID: E-2432-2019, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7782-4532>, [centik1960@yandex.ru](mailto:centik1960@yandex.ru)

**Valery I. Ivanov**, Head, Electric Technology Laboratory, Federal Scientific Agroengineering Center VIM (5 1<sup>st</sup> Institutskiy Proyezd, Moscow 109428, Russia), Ph.D. (Engineering), ResearcherID: H-4076-2018, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4568-8553>, [tehnoinvest-vip@mail.ru](mailto:tehnoinvest-vip@mail.ru)

**Vyacheslav F. Aulov**, Leading Researcher, Laboratory of Electrospark and Thermal Diffusion Processes, Federal Scientific Agroengineering Center VIM (5 1<sup>st</sup> Institutskiy Proyezd, Moscow 109428, Russia), Ph.D. (Engineering), ResearcherID: E-4179-2019, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6925-1260>, [gosniti@mail.ru](mailto:gosniti@mail.ru)

**Leonid A. Konevtsov**, Researcher, Institute of Materials Science of the Khabarovsk Scientific Center of Far Eastern Branch RAS (153 Tikhookeanskaya St., Khabarovsk 680042, Russia), Ph.D. (Engineering), ResearcherID: H-4087-2018, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7212-3953>, [konevts@narod.ru](mailto:konevts@narod.ru)

**Elena G. Martynova**, Postgraduate Student, Chair of Technical Service of Machines, National Research Mordovia State University (68/1 Bolshevistskaya St., Saransk 430005, Russia), ResearcherID: C-5023-2019, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6870-0498>, [el.mart2012@yandex.ru](mailto:el.mart2012@yandex.ru)

**Ismail H. Hasan**, Postgraduate Student, Chair of Solid State Physics, Institute of Physics and Chemistry, National Research Mordovia State University (68/1 Bolshevistskaya St., Saransk 430005, Russia), ResearcherID: C-5025-2019, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4560-1016>, [srorismael@gmail.com](mailto:srorismael@gmail.com)

*Contribution of the authors:*

V. D. Vlasenko – the development of concept and plan of the article, conducting theoretical research; V. I. Ivanov – the development of algorithm for finding the temperature field, edition of the article; V. F. Aulov – the analysis of the results; L. A. Konevtsov – the formulation of conclusions, writing the text; E. G. Martynova – experimental research, review and analysis of literature; I. H. Hasan – participation in the preparation of the initial data.

*All authors have read and approved the final version of the paper.*